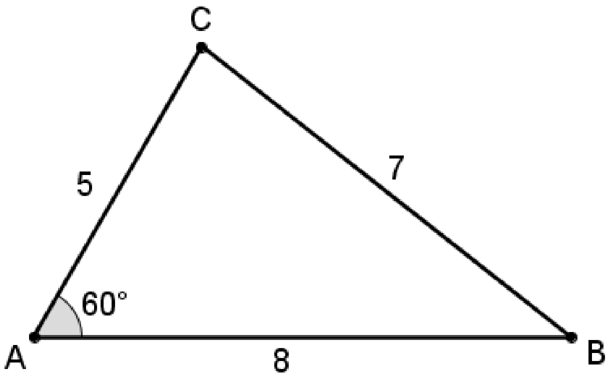
Le produit scalaire

Exercice 1 :

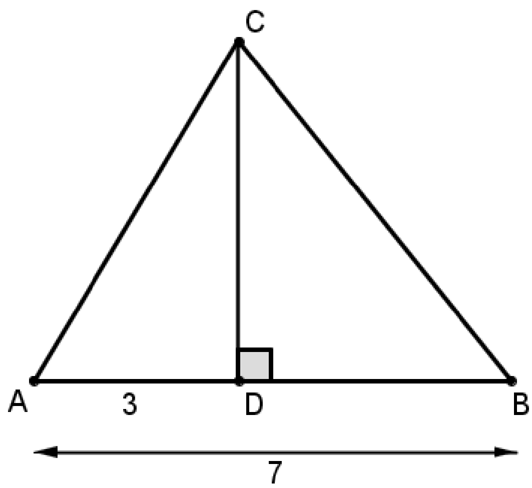
Dans chacun des cas suivants, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$:

1) A, B et C sont alignés et $AB = 4$ et $BC = 2$

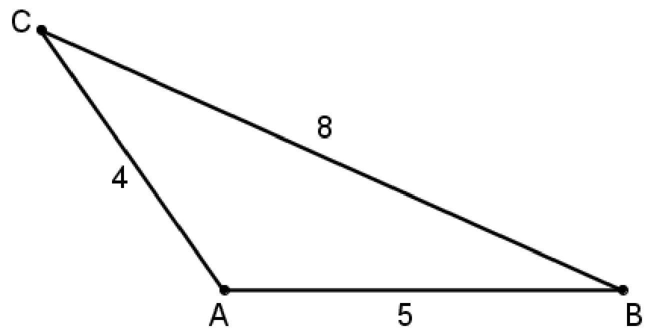
2)



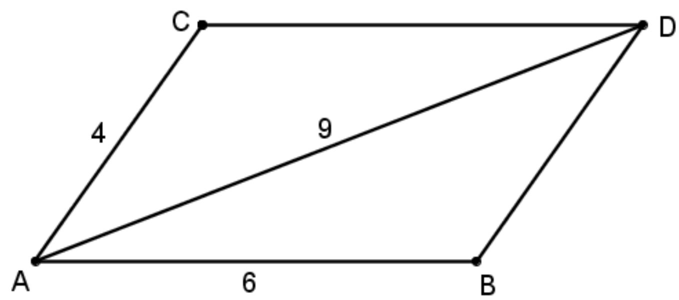
3)



4)



5) ABDC est un parallélogramme



6) Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, les points A, B et C ont pour coordonnées respectives $(1\,;2)$, $(-2\,;3)$ et $(-4\,;-1)$.

Exercice 2 :

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte.

1) Soit A et B deux points distincts du plan. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{\mathrm{AM}}.\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 0$ est :
a) le cercle de diamètre [AB]   b) La perpendiculaire en A à (AB)   c) La médiatrice de [AB]

2) ABC est un triangle, $\mathbf{C}_1$ et $\mathbf{C}_2$ sont respectivement l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{\mathrm{MA}}.\overrightarrow{\mathrm{MB}} = 0$ et $\overrightarrow{\mathrm{MA}}.\overrightarrow{\mathrm{MC}} = 0$
a) $\mathbf{C}_1$ et $\mathbf{C}_2$ ont un seul point commun   b) $\mathbf{C}_1$ et $\mathbf{C}_2$ n'ont pas de point commun
c) Le point H, pied de la hauteur issue de A, est commun à $\mathbf{C}_1$ et $\mathbf{C}_2$.

3) A et B sont deux points du plan et I est le milieu de [AB]. Pour tout point M, $MA^2 - MB^2$ est égal à :

a) AB^2 b) $2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MI}$ c) MI^2

Exercice 3 :

ABCD est un carré de côté a.I est le milieu du segment [AD]. On veut démontrer que la mesure de θ de l'angle $\widehat{ACI}$ est indépendante de a.

1) a) Calculer CI et CA en fonction de a.

b) En déduire que :

$$\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{CA} = \frac{a^2\sqrt{10}}{2}\cos(\theta)$$

2) a) Exprimer $\overrightarrow{CI}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CB}$.

b) En déduire que :

$$\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{CA} = \frac{3a^2}{2}$$

3) Calculer cos (θ) et conclure.
